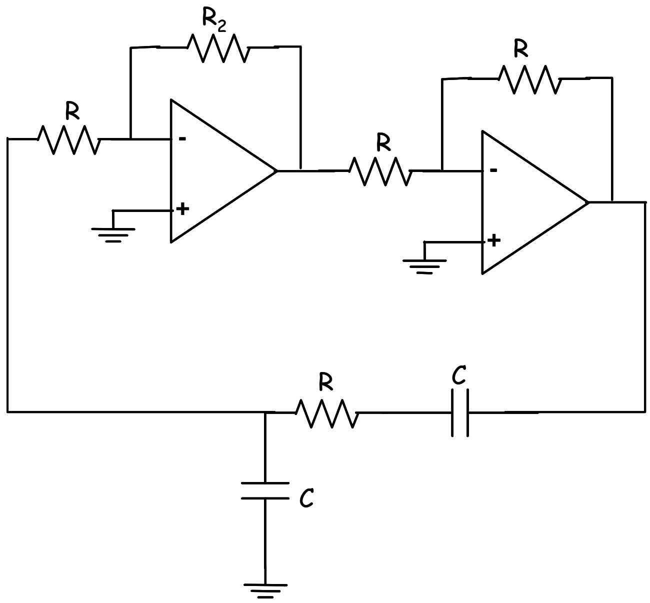
SISTEMAS ELECTRÓNICOS

Grados en Ingeniería de Sistemas de Comunicaciones, Sistemas Audiovisuales, Telemática y Tecnologías de Telecomunicación

Ejercicios propuestos Tema 4:
“Osciladores Sinusoidales”

EJERCICIO 1

El circuito de la figura representa un oscilador sinusoidal:



Datos: Amplificadores operacionales ideales

$R = 100k\Omega$ $R_2 = 270k\Omega$ $C = 1.2nF$

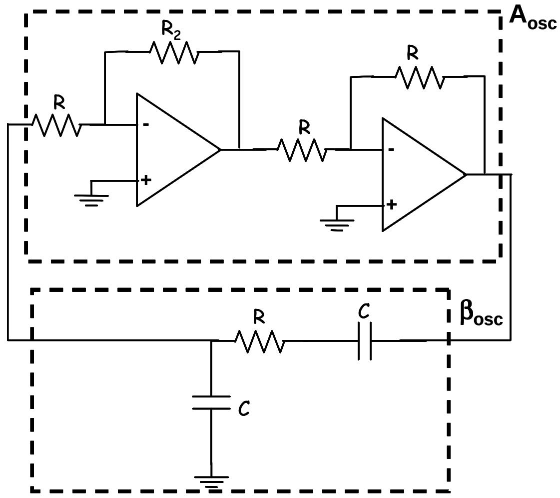
SE PIDE:

a) Indique de qué tipo de oscilador se trata e identifique las redes A_{osc} y β_{osc} del mismo.
b) Obtenga el circuito equivalente genérico (resistencia de entrada, ganancia de tensión y resistencia de salida) en pequeña señal a frecuencias medias de la red A_{osc}.
c) Obtenga la expresión de la ganancia de lazo ($A_{osc} \cdot \beta_{osc}(j\omega)$) del oscilador, justificando las aproximaciones que realice en los cálculos.
d) Deduzca la frecuencia de oscilación, f_{osc}.
e) Deduzca las condiciones de arranque y mantenimiento. ¿Arrancaría el oscilador con los valores de los componentes dados? Razone su respuesta.
f) En caso de que el sistema no arranque para los valores de los componentes dados, ¿qué componente del circuito modificaría y que valor le daría para que el oscilador arranque? Razone su respuesta.

SOLUCIÓN

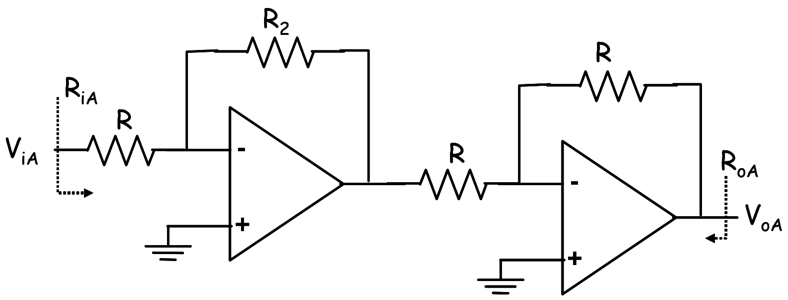
a) Indique de qué tipo de oscilador se trata e identifique las redes A_{osc} y β_{osc} del mismo.

Se trata de un oscilador sinusoidal RC en puente de Wien.



b) **Obtenga el circuito equivalente genérico (resistencia de entrada, ganancia de tensión y resistencia de salida) en pequeña señal a frecuencias medias de la red A_{osc}.**

Analizando primero la red $\mathbf{A_{osc}}$ (amplificador), para obtener su circuito equivalente a frecuencias medias (ganancia a frecuencias medias, Av, resistencia de entrada, R_{iA} y resistencia de salida R_{oA} se tiene, teniendo en cuenta que los amplificadores operacionales son ideales:

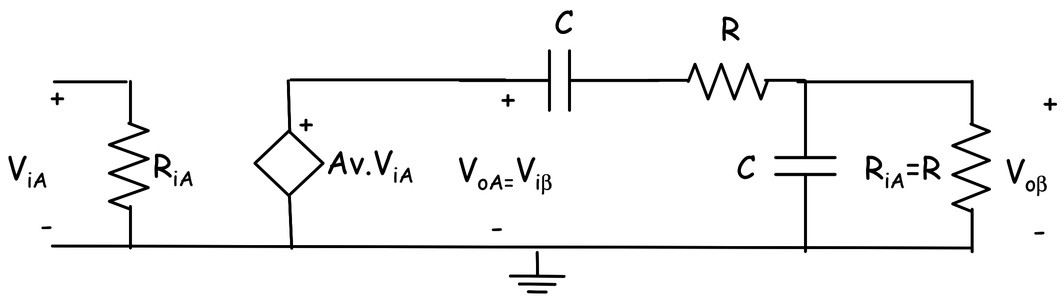


$$Av = \frac{V_{iA}}{V_{oA}} = \left(-\frac{R_2}{R}\right)\cdot\left(-\frac{R}{R}\right) = \frac{R_2}{R} = 2.7\frac{V}{V}$$

$$R_{iA} = R = 100k\Omega$$
$$R_{oA} = 0$$

c) **Obtenga la expresión de la ganancia de lazo ($A_{osc}\cdot\beta_{osc}(j\omega)$) del oscilador, justificando las aproximaciones que realice en los cálculos.**

Abriendo el lazo, para calcular $A_{osc}\cdot\beta_{osc}(jw)$ para aplicar el criterio de Barkhausen, se tiene:



Analizando el circuito:

$$A_{osc}\cdot\beta_{osc}(j\omega) = \frac{V_{o\beta}}{V_{iA}} = \frac{V_{o\beta}}{V_{i\beta}}\cdot\frac{V_{oA}}{V_{iA}} = \frac{Z_C \parallel R}{Z_C + R + Z_C \parallel R}\cdot Av = \frac{\dfrac{R}{1+j\omega RC}}{\dfrac{1}{j\omega C} + R + \dfrac{R}{1+j\omega RC}}\cdot Av = \frac{Av.j\omega RC}{\left(1-\omega^2 R^2 C^2\right) + 3j\omega RC}$$

d) **Deduzca la frecuencia de oscilación, f_{osc}.**

Aplicando el criterio de Barkhausen, para la fase, obtenemos la frecuencia de oscilación:

$$\angle A_{osc} \cdot \beta_{osc}(j\omega_{osc}) = 0 + 2k\pi \Rightarrow Im(A \cdot \beta(j\omega_{osc})) = 0 \Rightarrow 1 - \omega_{osc}{}^2 R^2 C^2 = 0 \Rightarrow \omega_{osc} = \frac{1}{RC} \Rightarrow f_{osc} = \frac{1}{2\pi RC} \cong 1.3kHz$$

e) **Deduzca las condiciones de arranque y mantenimiento. ¿Arrancaría el oscilador con los valores de los componentes dados?. Razone su respuesta**

Condición de mantenimiento: $\left|A \cdot \beta(j\omega_{osc})\right| = 1 \Rightarrow \frac{Av}{3} = 1 \Rightarrow Av = 3$

Condición de arranque: $\left|A \cdot \beta(j\omega_{osc})\right| > 1 \Rightarrow \frac{Av}{3} > 1 \Rightarrow Av > 3 \Rightarrow \frac{R_2}{R} > 3$

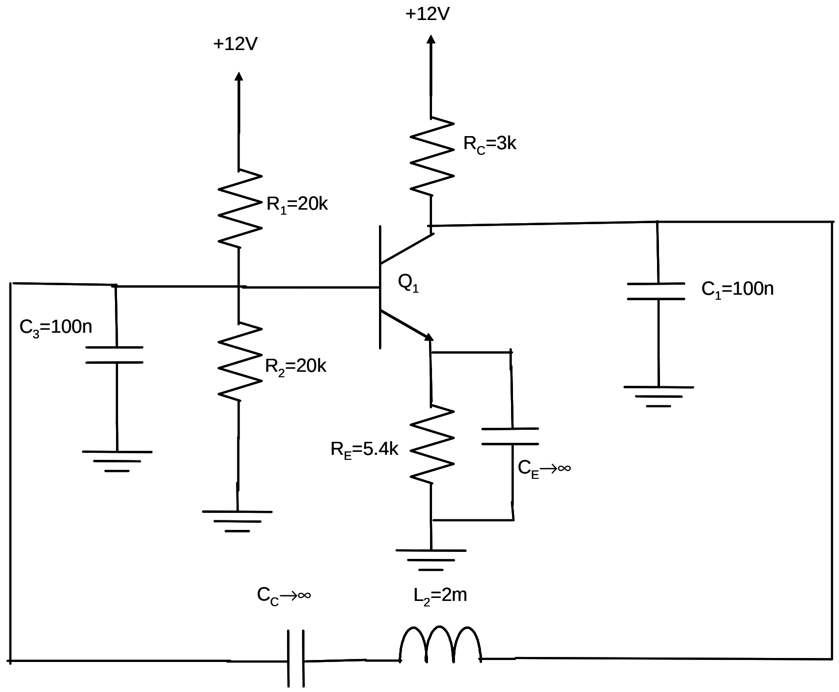
Con los valores de los componentes dados: $\frac{R_2}{R} = 2.7 < 3$ por lo que el oscilador no arrancaría.

f) **En caso de que el sistema no arranque para los valores de los componentes dados, ¿qué componente del circuito modificaría y que valor le daría para que el oscilador arranque?. Razone su respuesta.**

Para que el oscilador arranque hay que aumentar la ganancia a frecuencias medias del amplificador, sin modificar el resto de componentes del circuito, por lo que hay que aumentar R_2. Cambiando R_2, por ejemplo, por una resistencia de 310kΩ.

EJERCICIO 2

La figura representa el esquema de un oscilador sinusoidal,



DATOS:

Q1:

$V_{BEactiva}$=0.6V
V_{CEsat}=0.2V
β=160
V_T=25mV
$r_o \rightarrow \infty$
C_μ = 0
C_π = 0

SE PIDE:

a) Indique de qué tipo de oscilador se trata e identifique las redes A* y β* del mismo.
b) Obtenga el punto de funcionamiento en continua de Q_1.
c) Obtenga el circuito equivalente genérico (resistencia de entrada, ganancia de tensión y resistencia de salida) en pequeña señal a frecuencias medias de la red A*. (Si no ha resuelto el apartado anterior considere I_{CQ1}=1mA)
d) Obtenga la expresión de la ganancia de lazo (A*·β*(jω)) del oscilador, justificando las aproximaciones que realice en los cálculos.
e) Deduzca el valor de la pulsación angular de oscilación (ω_{osc}) del circuito.
f) ¿Arrancaría el oscilador con los valores de los componentes dados en la figura 3? Justifique su respuesta.

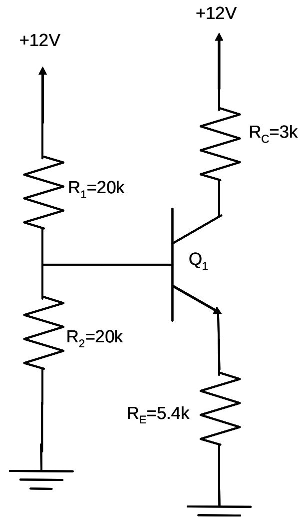
SOLUCIÓN:

a) Indique de que tipo de oscilador se trata e identifique las redes A* y β* del mismo.

Se trata de un oscilador LC de tipo Colpitts. La red A* la forman Q_1, R_1, R_2, R_E, R_C y C_E y la red β* la forman C_1, L_2, C_3 y C_C.

b) Obtenga el punto de funcionamiento en continua de Q_1.

El circuito equivalente del amplificador en continua es:



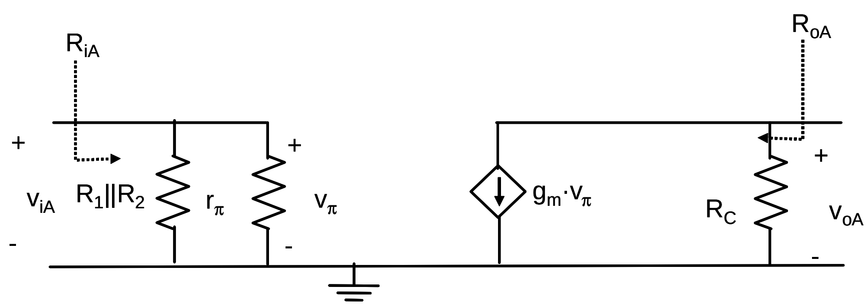
Resolviendo el circuito, despreciando la corriente de base y suponiendo que Q_1 está en activa se tiene:

$$V_B = \frac{12V}{R_1 + R_2} \cdot R_2 = 6V \Rightarrow V_E = V_B - V_{BEactiva} = 5.4V \Rightarrow I_C \cong I_E = \frac{V_E}{R_E} = 1mA \Rightarrow I_B = \frac{I_C}{\beta} = 6.25\mu A << I_{R1,R2}$$

y $V_{CE} = 12V - R_E \cdot I_E - R_C \cdot I_C = 3.6V > V_{CEsat} \Rightarrow Q_1$ **está en ACTIVA.**

c) Obtenga el circuito equivalente genérico (resistencia de entrada, ganancia de tensión y resistencia de salida) en pequeña señal a frecuencias medias de la red A*. (Si no ha resuelto el apartado anterior considere I_{CQ1}=1mA)

El circuito equivalente del amplificador en pequeña señal a frecuencias medias es:



donde $r_\pi = \frac{V_T}{I_B} = 4k\Omega \qquad g_m = \frac{I_C}{V_T} = 40\frac{mA}{V}$

Analizando el circuito se tiene:

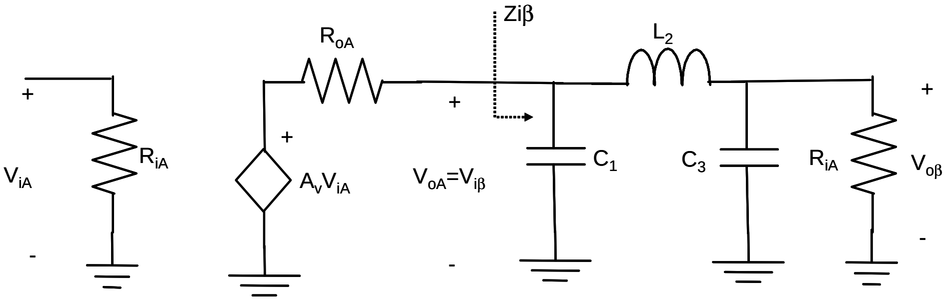
a. Ganancia del amplificador a frecuencias medias: $A_V = -g_m R_C = -120\frac{V}{V}$

b. Resistencia de entrada del amplificador a frecuencias medias: $R_{iA} = R_1 \parallel R_2 \parallel r_\pi \cong 2.9k\Omega$

c. Resistencia de salida del amplificador a frecuencias medias: $R_{oA} = R_C = 3k\Omega$

d) Obtenga la expresión de la ganancia de lazo (A*·β*(jω)) del oscilador, justificando las aproximaciones que realice en los cálculos.

Dibujando el circuito equivalente en pequeña señal a frecuencias medias del oscilador, abriendo el lazo en el punto que conecta la salida de la red β* con la entrada de la red A*, se tiene:



Analizando el circuito, suponiendo que $Z_{C_3}\Big|_{\omega osc} << R_{iA}$ (suposición que se comprobará posteriormente) se tiene:

$$A^*\cdot\beta^*(jw) = Av\frac{X_{C1}\bullet X_{C3}}{jR_{oA}\bullet\left(X_{C1}+X_{L2}+X_{C3}\right)-X_{C1}\bullet\left(X_{L2}+X_{C3}\right)}$$

e) Deduzca el valor de la pulsación angular de oscilación (ω_{osc}) del circuito.

A la frecuencia de oscilación

$$\angle A^*\cdot\beta^*(j\omega_{osc})=0 \Rightarrow Im(A^*\cdot\beta^*(j\omega_{osc})=0 \Rightarrow X_{C1}+X_{L2}+X_{C3}=0$$

Por lo que nos queda:

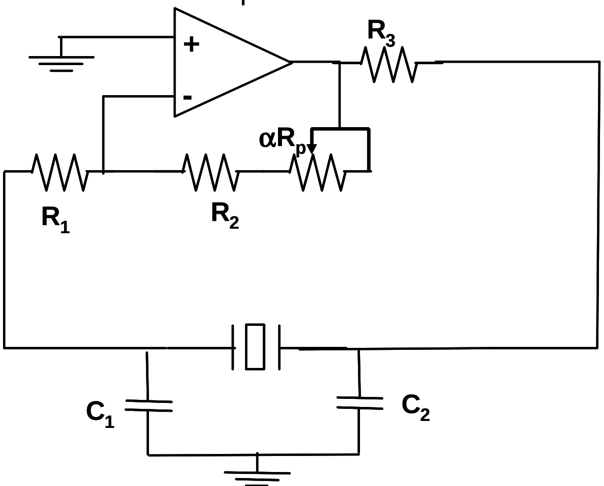
$$-\frac{1}{\omega_{osc}C_1}+\omega_{osc}L_2-\frac{1}{\omega_{osc}C_3}=0 \Rightarrow \omega_{osc}=\frac{1}{\sqrt{L_2\cdot\frac{C_1\cdot C_3}{C_1+C_3}}}\cong 100\frac{krad}{s}$$

Se comprueba ahora la suposición inicial realizada en el análisis: $Z_{C_3}\Big|_{\omega osc}=100\Omega << R_{iA}=2.9k\Omega$

f) ¿Arrancaría el oscilador con los valores de los componentes dados en la figura 3? Justifique su respuesta.

La condición de arranque del oscilador $\left|A^*\cdot\beta^*(j\omega_{osc})>1\right|$ queda en este caso $\left|A_V\right|>\frac{C_3}{C_1}$ que si se cumple, por lo que el oscilador si arrancaría con los valores de los componentes dados.

EJERCICIO 3
El circuito de la figura es un oscilador que utiliza un cristal de cuarzo de 5 MHz:



<u>Datos:</u> Amplificador operacional ideal, R_1 = 10kΩ, R_2 = 20kΩ, R_P = 100kΩ, R_3 = 100 Ω, C_1 = 100pF, C_2 = 22pF

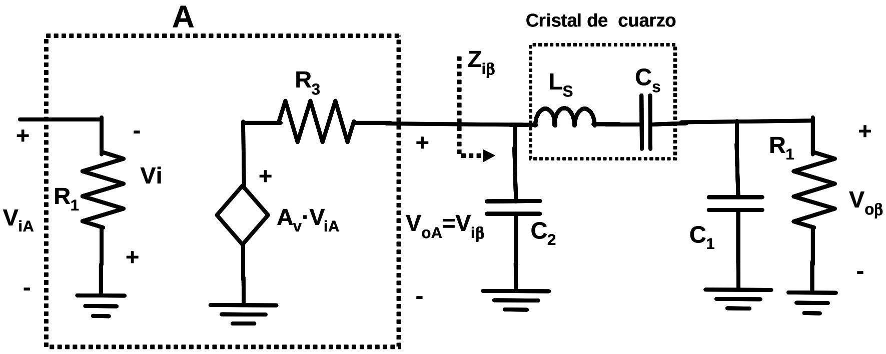
<u>SE PIDE:</u>

a) Deduzca las expresiones de la frecuencia de oscilación y de las condiciones de arranque y mantenimiento del oscilador. Justifique todas las aproximaciones que realice en los cálculos.
b) ¿Cual será la frecuencia de oscilación?.
c) Determine el rango de valores de la posición del cursor (α) del potenciómetro R_P para los que el oscilador arrancaría.

<u>SOLUCIÓN EJERCICIO 5:</u>

a) Deduzca las expresiones de la frecuencia de oscilación y de las condiciones de arranque y mantenimiento del oscilador. Justifique todas las aproximaciones que realice en los cálculos.

Abriendo el lazo de realimentación se tiene el siguiente circuito:



El circuito oscilará a la frecuencia de resonancia del cristal de cuarzo (5MHz), por lo que:

$$R_1(10k\Omega) >> Z_{C1}\Big|_{5MHz}(318.3\Omega)$$

Analizando el circuito, por tanto, se tiene que la ganancia de lazo es:

$$T(j\omega) = A_v \cdot \frac{Z_{C2} \bullet Z_{C1}}{R_3 \bullet (Z_S + Z_{C2} + Z_{C1}) + Z_{C2} \bullet (Z_S + Z_{C1})}$$

donde A_v es la ganancia del amplificador a frecuencias medias $A_v = -\frac{R_2 + \alpha \cdot R_P}{R_1}$

y Z_S es la impedancia equivalente del cristal de cuarzo.

Sustituyendo las expresiones de las impedancias en función de las reactancias se tiene:

$$T(j\omega) = A_v \cdot \frac{-X_{C2} \bullet X_{C1}}{j \cdot R_3 \bullet (X_S + X_{C2} + X_{C1}) - X_{C2} \bullet (X_S + X_{C1})}$$

Aplicando el criterio de Barkhausen se tiene que el circuito oscilará a ω_{osc} t.q. $\angle T(j\omega_{osc}) = 0^{o} + 2k\pi \Rightarrow \mathrm{Im}(T(j\omega_{osc}) = 0$, que viene dada por:

$$X_S + X_{C1} + X_{C2} = 0$$

Teniendo en cuenta que la capacidad serie del cristal (C_S) es $C_S << C_1, C_2$ se tiene:

$$\omega_{osc} = \omega_s = \frac{1}{\sqrt{L_S C_S}} = 2\pi \cdot 5MHz$$

La condición de arranque queda: $|T(j\omega_{osc})| > 1 \Rightarrow |A_v| > \left|\frac{X_{C2}}{X_{C1}}\right| \Rightarrow |A_v| > \left|\frac{C_1}{C_2}\right|$

Y la condición de mantenimiento: $|T(j\omega_{osc})| = 1 \Rightarrow |A_v| = \left|\frac{X_{C2}}{X_{C1}}\right| \Rightarrow |A_v| = \left|\frac{C_1}{C_2}\right|$

b) ¿Cual será la frecuencia de oscilación?.

El circuito oscilará a la frecuencia de resonancia serie del cristal $\Rightarrow f_{osc} = 5MHz$

c) Determine el rango de valores de la posición del cursor (α) del potenciómetro R_P para los que el oscilador arrancaría.

Para que el oscilador arranque:

$$|T(j\omega_{osc})| > 1 \Rightarrow |A_v| > \left|\frac{X_{C2}}{X_{C1}}\right| \Rightarrow |A_v| > \left|\frac{C_1}{C_2}\right| \Rightarrow |A_v| > 4.5 \Rightarrow$$

$$\frac{R_2 + \alpha \cdot R_P}{R_1} > 4.5 \Rightarrow \alpha > \frac{4.5 \cdot R_1 - R_2}{R_P} \Rightarrow \alpha > 0.25$$

Por lo tanto, el oscilador arrancará para: $\boxed{0.25 < \alpha \leq 1}$

EJERCICIO 4

Los osciladores que se muestran en las Figuras P1.1 y P1.2 presentan como principal característica el generar dos o tres señales sincronizadas, que guardan un desfase constante entre ellas (v_1 y v_2 para la Figura 2.1 y v_A, v_B y v_C para la Figura P1.2).

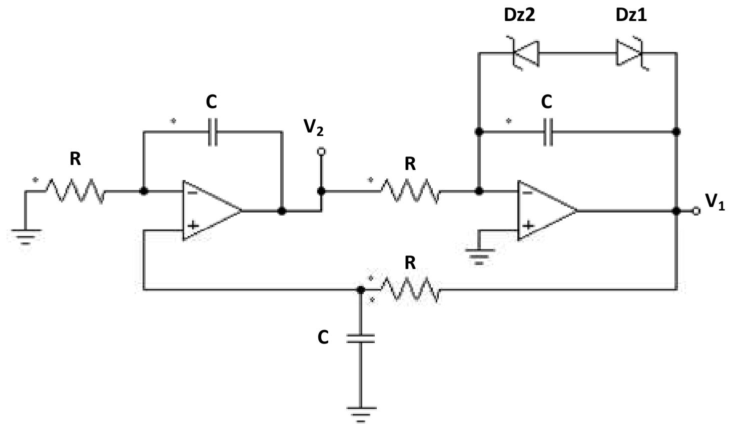


Figura P1.1

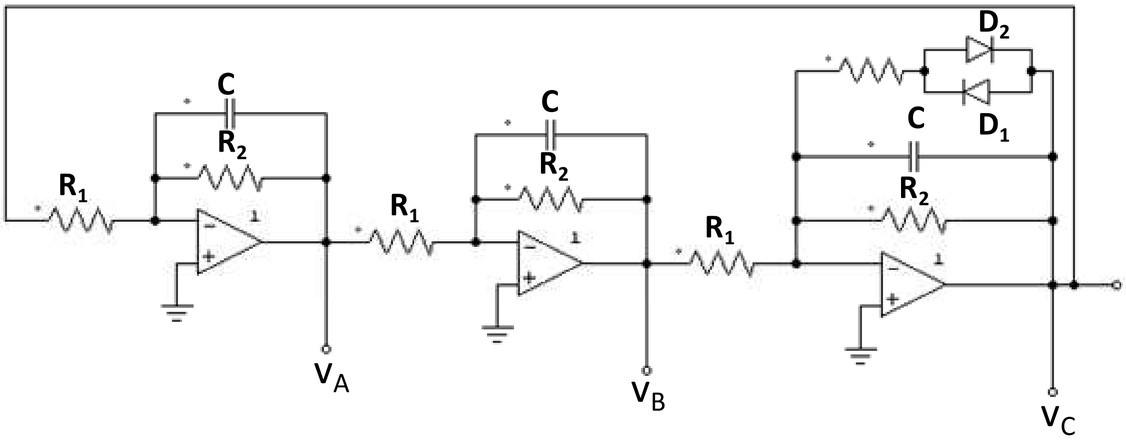


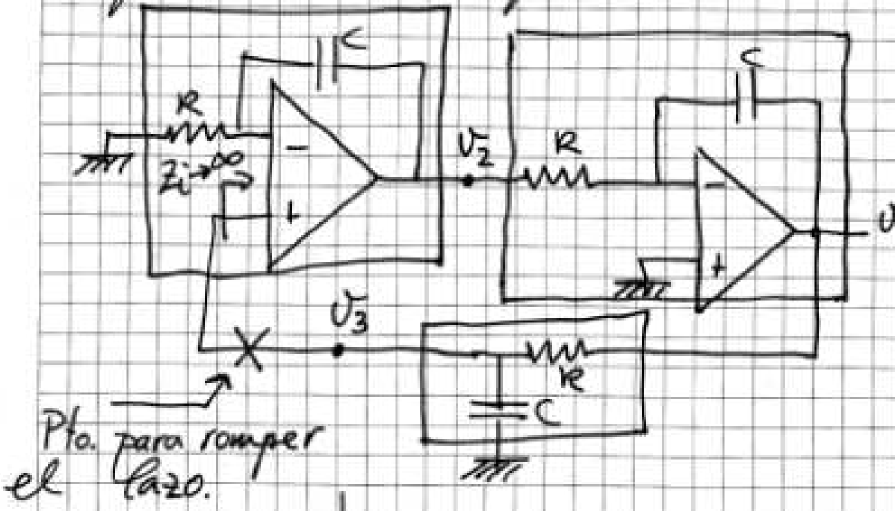
Figura P1.2

Se pide:

1. Para los circuitos de las Figuras P1.1 y P1.2 obtener la expresión de la ganancia de lazo.
2. Para los circuitos de las Figuras P1.1 y P1.2 obtener la expresión de la frecuencia de oscilación en función de las resistencias y condensadores que los componen.
3. Calcular R y C para que la frecuencia de oscilación del circuito de la Figura P1.1 sea 100 kHz. Justificar el desfase que existe entre las señales v_1 y v_2.
4. Para el circuito de la Figura P1.2, calcular R_2 y C para que la frecuencia de las señales generadas sea 50Hz. Calcular el valor de R_1 para que se pueda iniciar la oscilación. Determinar primero la expresión teórica y después proponer un valor numérico razonable.
5. Demostrar que el desfase entre las señales generadas, v_A, v_B, v_c, es 120º. Dibuje la tensión de las señales v_A, v_B, v_c.
6. Justificar razonadamente para qué sirven los diodos D_{z1} y D_{z2} así como los diodos D_1 y D_2. ¿Qué diferencia existe entre el funcionamiento de ambas parejas?.

1) GANANCIA DE LAZO

Para el circuito de la figura P1.1 se distinguen tres celdas, cada una de ellas con una función de transferencia distinta:



$$\frac{v_2}{v_3} = 1 + \frac{\frac{1}{C\cdot S}}{R} = 1 + \frac{1}{RCS} = \frac{1+RCS}{RCS}$$

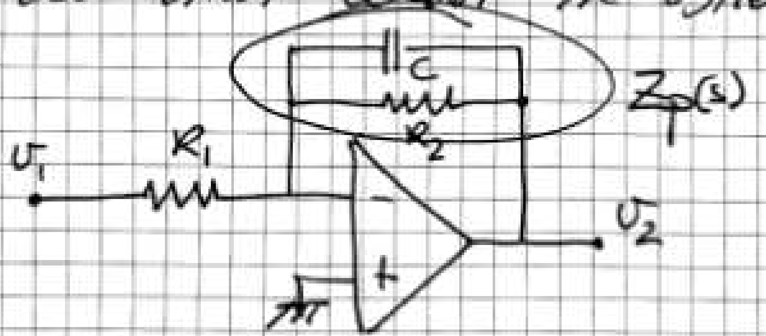
$$\frac{v_1}{v_2} = -\frac{\frac{1}{C\cdot S}}{R} = -\frac{1}{RCS}$$

$$\frac{v_3}{v_2} = \frac{1}{1+RCS}$$

$$A\cdot\beta(s) = \frac{\cancel{1+RCS}}{RCS}\cdot\left(-\frac{1}{RCS}\right)\cdot\frac{1}{\cancel{1+RCS}} = -\frac{1}{(RCS)^2}$$

$$A\cdot\beta(j\omega) = -\frac{1}{(jRC\omega)^2} = \frac{1}{(RC\omega)^2}$$

Para el circuito de la figura P1.2 se distinguen 3 celdas idénticas.
La función de transferencia de cada una de estas celdas se obtiene:



$$Z_p(s) = \frac{\frac{1}{C\cdot s}\cdot R_2}{\frac{1}{C\cdot s}+R_2} = \frac{R_2}{1+R_2\cdot C\cdot s}$$

La ganancia en bucle cerrado de esta celda será:

$$G(s) = -\frac{Z_p(s)}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{1+R_2\cdot C\cdot s}$$

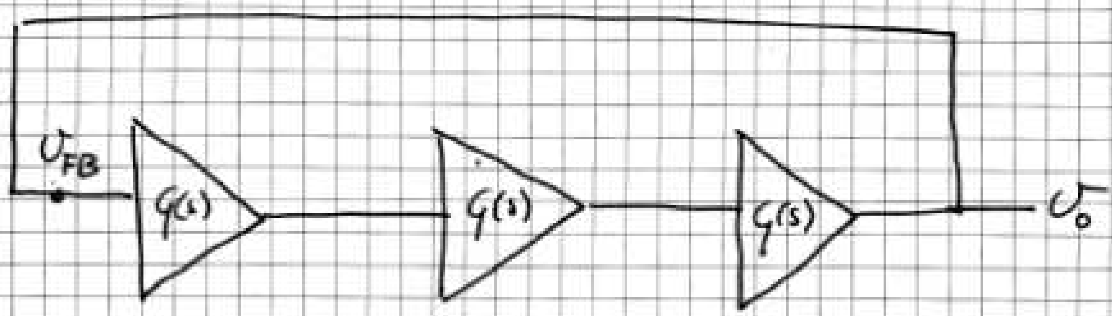
Considerando ideales las características del amplificador operacional: $R_{iop}\Rightarrow\infty$; $R_{oop}\Rightarrow 0$

la celda anterior se puede representar con el siguiente cuadripolo:

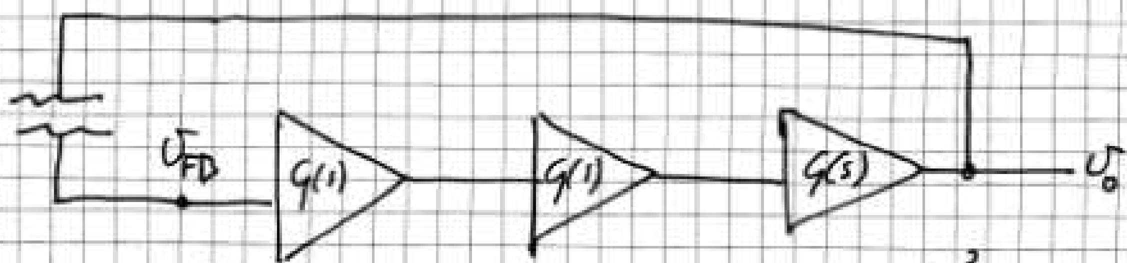
Donde: $R_i \simeq R_1$
$R_o \simeq 0$
$G \rightarrow G(s)$

→ Realimentación paralelo - paralelo

Como $R_0 \simeq 0$, la impedancia de entrada de cada etapa ($R_i \simeq R_1$) no supone ningún efecto de carga para la etapa anterior. Por tanto el estudio de la ganancia de lazo puede realizarse a partir del siguiente esquema:



y dado que no existen efectos de carga, se puede abrir el lazo tal como se muestra a continuación:



$$A\cdot\beta(s) = \frac{v_o}{v_{FD}} = G(s)\cdot G(s)\cdot G(s) = \left[G(s)\right]^3$$

$$A\cdot\beta(s) = \left[-\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{1+R_2 C s}\right]^3$$

y denominando $R_2 \cdot C = \frac{1}{\omega_p} = a$ la respuesta en frecuencia queda como sigue:

$$A\cdot\beta(j\omega) = -\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 \cdot \frac{1}{\left(1+j\frac{\omega}{\omega_p}\right)^3} = -\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 \cdot \frac{1}{(1+ja\cdot\omega)^3}$$

Dado que:

$$(1+ja\cdot\omega)^3 = 1-3a^2\cdot\omega^2 + j\left(3a\omega - a^3\omega^3\right)$$

se tiene:

$$A\cdot\beta(j\omega) = -\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 \cdot \frac{1}{1-3a^2\omega^2 + j\left(3a\omega - a^3\cdot\omega^3\right)}$$

2) OBTENCION DE ω_0 para ambos circuitos

2.1 OSCILADOR EN CUADRATURA

$$A\cdot\beta(j\omega) = \frac{1}{(RC\omega)^2} \nearrow \angle A\cdot\beta(j\omega) = 0^\circ$$

INDEPENDIENTEMENTE DE ω

CONDICIÓN DE MÓDULO $\Rightarrow \left|A\cdot\beta(j\omega_0)\right| = 1 \Rightarrow \frac{1}{R^2C^2\omega_0^2} = 1$

y de aquí: $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{RC}}$

2.2 PARA EL OSCILADOR TRIFÁSICO

CONDICIÓN DE FASE

Parte imaginaria

$$\underline{/A\cdot\beta(j\omega_0)} = 0^\circ \Rightarrow \mathrm{Im}\left[A\cdot\beta(j\omega_0)\right] = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3a\cdot\omega_0 = a^3\cdot\omega_0^3 \Rightarrow a^2\cdot\omega_0^2 = 3 \Rightarrow \omega_0 = \frac{\sqrt{3}}{a}$$

y finalmente:

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{3}}{R_2\cdot C} \quad \text{o bien} \quad \boxed{f_0 = \frac{\sqrt{3}}{2\pi\cdot R_2 C}}$$

3. CÁLCULO DE R y C PARA EL OSCILADOR EN CUADRATURA.
CÁLCULO DEL DESFASE ENTRE V_1 y V_2.

Se pide que $f_0 = 100\ KHz$

La expresión obtenida has sido: $f_0 = \dfrac{1}{2\pi RC}$

Por tanto eligiendo los valores normalizados:

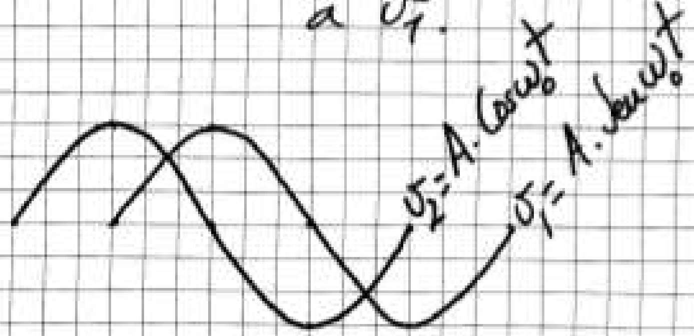
$$\left.\begin{array}{l} C = 47\ pF \\ R = 33\ K\Omega \end{array}\right\} f_0 = 102'6\ KHz$$

DESFASE ENTRE LAS SEÑALES v_1 y v_2 PARA EL OSCILADOR EN CUADRATURA

$$\frac{v_1}{v_2}(j\omega) = -\frac{1}{jRC\omega} \; ; \; \frac{v_1}{v_2}(j\omega_0) = -\frac{1}{jRC\omega_0} = -\frac{1}{j} = j$$

es decir:

$v_1 = v_2 \cdot e^{j90}$ la señal v_2 va adelantada 90° respecto a v_1.



4) CÁLCULO DE R_2, R_1 y C PARA QUE SE INICIE LA OSCILACIÓN EN EL OSCILADOR TRIFÁSICO Y PARA QUE $f_0 = 50\ Hz$

De la expresión obtenida: $f_0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2\pi R_2 \cdot C}$

Tomando valores normalizados:

$$\left.\begin{array}{l} C = 82\ nF \\ R_2 = 68\ K\Omega \end{array}\right\} f_0 = 49'44\ Hz$$

Resulta interesante comparar el orden de magnitud de las resistencias y condensadores que se utilizan para imponer cada frecuencia de oscilación

	f_0	R	C
OSCILADOR EN CUADRATURA	100 KHz	$R = 33\,K\Omega$	47 pF
OSCILADOR TRIFÁSICO	50 Hz	$R_2 = 68\,K\Omega$	82 nF

Conclusión:

$$\mathrm{kHz} \longleftrightarrow \mathrm{K\Omega} \longleftrightarrow \mathrm{pF}$$

$$\mathrm{Hz} \longleftrightarrow \mathrm{K\Omega} \longleftrightarrow \mathrm{nF}$$

CÁLCULO DE R_1 PARA INICIAR LA OSCILACIÓN

$$\left| A \cdot \beta(j\omega_0) \right| > 1$$

$$\left| -\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 \cdot \frac{1}{(1+ja\omega_0)^3} \right| = \left| -\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 \cdot \frac{1}{1-3a^2\omega_0^2 + j\underbrace{\left(3a\omega_0 - a^3\omega_0^3\right)}_{=0}} \right| =$$

$$= \left| -\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 \cdot \frac{1}{1-3\underbrace{a^2\omega_0^2}_{=3}} \right| = \left| -\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 \cdot \frac{1}{1-3\cdot 3} \right| =$$

Papel ecológico

$$= \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 \cdot \frac{1}{8} \geq 1$$

y de aquí:

$$\frac{R_2}{R_1} > 2$$

Por tanto si $R_2 = 68\ K\Omega$ se puede elegir $R_1 = 30$ o $33\ K\Omega$.

5) DEMOSTRAR QUE EL DESFASE ENTRE v_A, v_B y v_C ES 120°

Se trata de calcular cual es la fase de cada una de las tres celdas que componen el oscilador:

$$G(j\omega_0) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j R_2 C \omega_0} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j a \omega_0}$$

De la condición de fase se sabía:

$$\underline{/A \cdot \beta(j\omega_0)} = 0^\circ \Rightarrow a^2 \omega_0^2 = 3 \Rightarrow a \cdot \omega_0 = \sqrt{3}$$

Por tanto

$$\cancel{A\beta}\ G(j\omega_0) = \frac{R_2}{R_1} \cdot e^{j180^\circ} \cdot 2 \cdot e^{-j60} \Rightarrow \underline{/G(j\omega_0) = 120^\circ}$$

Este resultado matemático, también podría deducirse por simple simetría. Si entre las 3 celdas, conectadas en cascada, imponen una fase total de 360°, cada una de ellas aportará 120°.

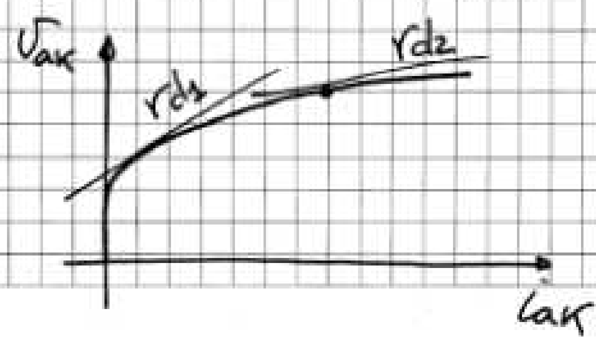
6) FUNCIÓN DE LOS DIODOS D_1, D_2, D_{Z1} y D_{Z2}

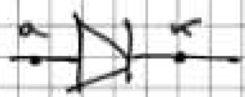
Los diodos D_1 y D_2 junto con la resistencia que se conecta en serie con ellos conforman la red que estabiliza la amplitud de la oscilación.

Si se denomina R_5 a la resistencia en serie con D_1 y D_2, la resistencia no lineal de los diodos junto con R_5, consiguen que la ganancia de la celda de salida varíe en función de la amplitud de la oscilación, $\hat{v}_C$.

La ganancia de la celda de salida será:

$$|G_{v_C}| = \frac{R_2 + r_d + R_5}{R_1 + (R_2 + r_d + R_5)}$$; r_d no lineal:

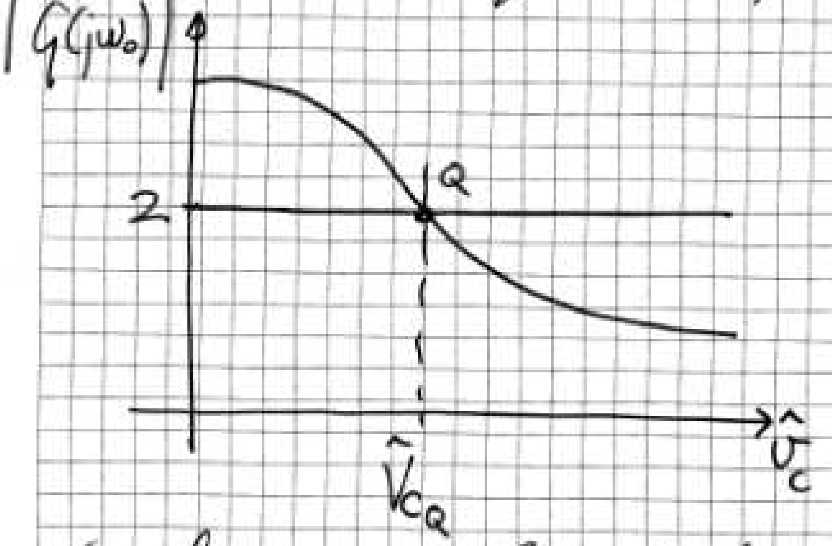




Dado que la ecuación característica de un diodo presenta una pendiente o resistencia dinámica decreciente en función de la corriente ánodo-cátodo (a mayor corriente, menor resistencia dinámica), si aumenta la amplitud de la oscilación, aumentará la corriente de los diodos (uno para cada semiciclo) y en consecuencia la ganancia de la celda de salida a ω_0 disminuirá.

Por tanto, $\left| G(j\omega_0) \right| = \dfrac{R_2 \cdot (R_5 + r_d)}{R_1 \cdot (R_2 + R_5 + r_d)}$

presenta la siguiente forma:



En el arranque la oscilación será nula, $\hat{v}_c = 0$ y $G > 2$. El oscilador arrancará y la amplitud $\hat{v}_c$ irá aumentando. Conforme $\hat{v}_c$ se incremente, la ganancia irá decreciendo hasta encontrar un equilibrio en el punto Q.

En cuanto a los diodos zener, la idea es la misma que para los diodos D_1 y D_2 pero la tensión del zener V_Z, incluye un cierto "offset" que consigue aumentar el valor de la amplitud de la oscilación en el equilibrio.

EJERCICIO 5

En el circuito de la Figura 1 se muestra el esquema de un oscilador a cristal asaí como el circuito equivalente del cristal utilizado (Figura 2) y el comportamiento de su reactancia en función de la frecuencia.

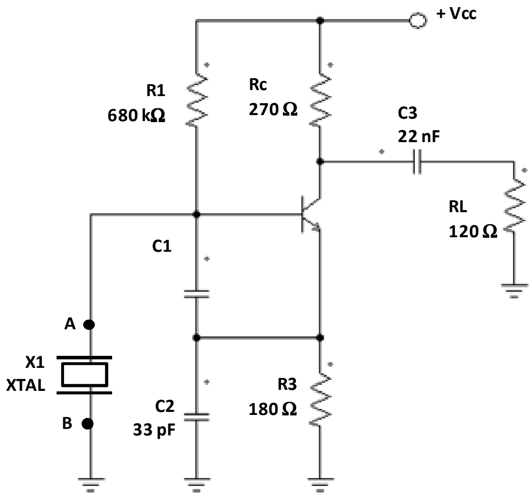


Figura 1

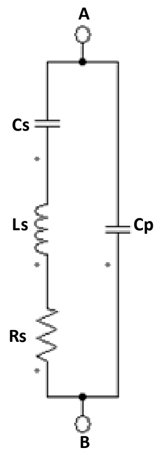


Figura 2

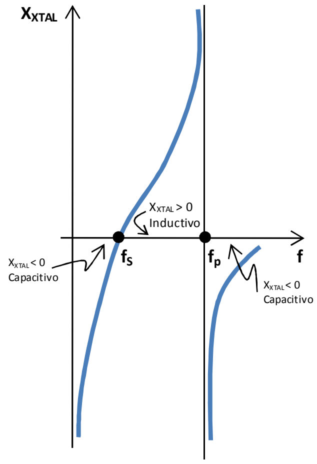


Figura 3

DATOS:

Transistor: $V_{cc} = 5V$; $I_{CQ} = 0{,}75$ mA, $V_{BE} = 0{,}7$ V; $\beta_o = 125$; $V_T = 25mV$

X_{TAL}: $C_s = 0{,}007$ pF; $C_p = 5$ pF; $L_s = 100{,}55$ mH; $R_s = 40\ \Omega$

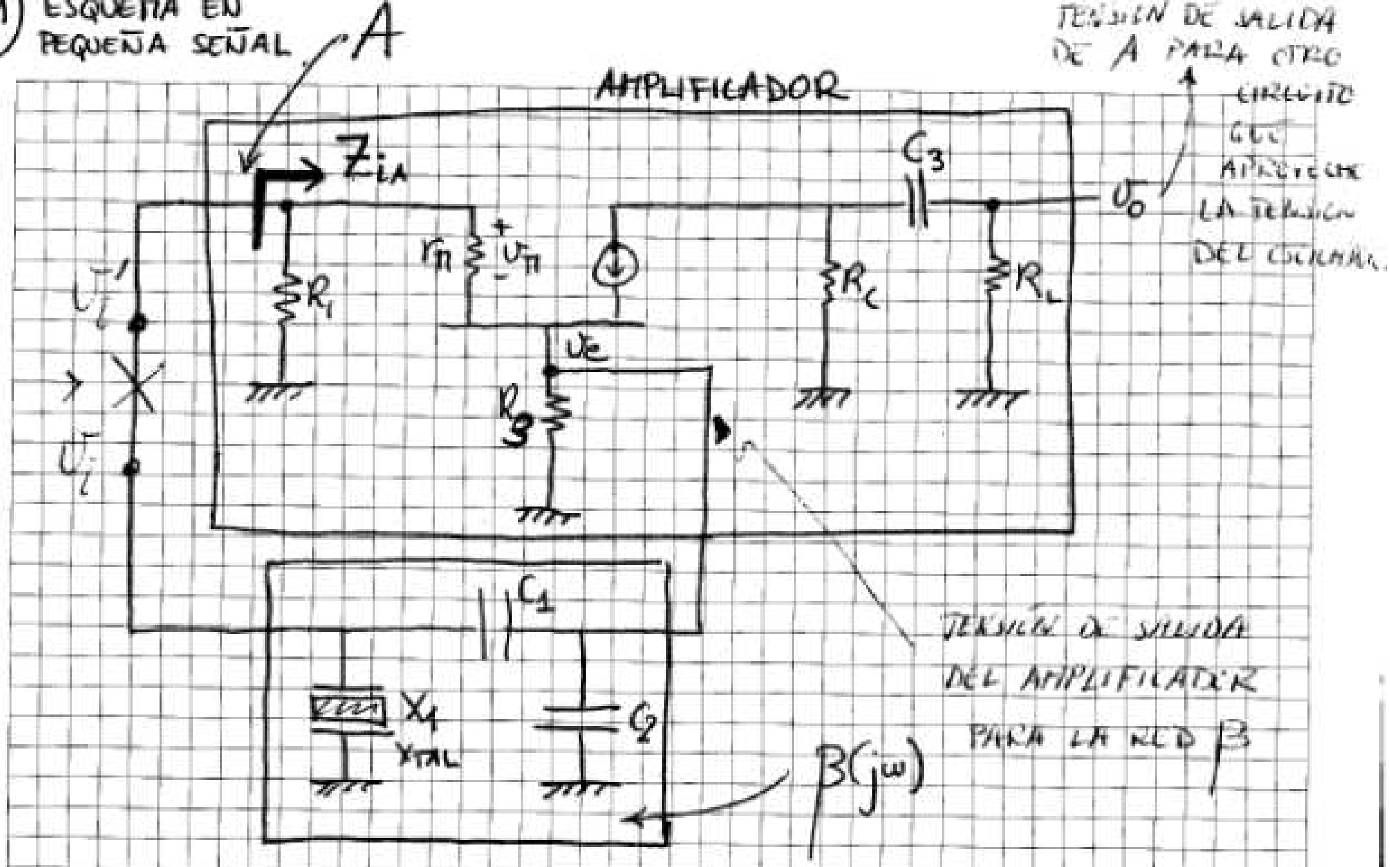
$f_s = 5{,}999$ MHz; $f_p = 6{,}003$ MHz

Se pide:

1. Dibujar el circuito en pequeña señal para el oscilador, indicando claramente que elementos constituyen el amplificador y la red de realimentación, β. Indicar además que puntos son la entrada y salida del amplificador y de la red de realimentación.
2. Para el rango de frecuencias de oscilación compare la impedancia del condensador C3 con el de la resistencia de carga RL.
3. Para el rango de frecuencias de oscilación justifique si el cristal está cargado con la impedancia de entrada del amplificador.
4. A partir de los cálculos realizados en los apartados 2 y 3, dibuje de nuevo el esquema en pequeña señal del oscilador, separando las redes A y β. Indique el punto por donde se debe abrir el lazo para estudiar la ganancia de lazo y obtenga la expresión de la ganancia de lazo A.β en función de las impedabcias de los condensadores y del cristal.
5. Una vez obtenida la ganancia de lazo, calcule el valor de la frecuencia de oscilación, f_o. NOTA: Se recomienda comprobar qué comportamiento (inductivo o capacitivo) deberá presentar el cristal y a que frecuencias se produce dicho comportamiento.
6. Calcular el valor de C1 para que se garantice el arranque del oscilador.
7. Sería posible utilizar un amplificador operacional (Ao = 100 dB y polo dominante en 15 Hz) para implementar este oscilador utilizándolo en vez del transistor bipolar.

Fecha ______________________ Curso ______________ Grupo ______________

1) ESQUEMA EN PEQUEÑA SEÑAL



Este es un buen punto para romper el lazo. Antes de calcular la ganancia de lazo $A \cdot \beta$ habrá que ver si Z_{iA} carga la salida de β

2) Impedancia de C_3 en el rango de la frecuencia de oscilación

$$Z_{C_3} = -j X_{C_3} = -j \frac{1}{2\pi \cdot 6 \cdot 10^6 \cdot 22 \cdot 10^{-9}} = -j\, 1'2\ \Omega$$

que resulta totalmente despreciable al estar conectada en serie con $R_L = 120\ \Omega$

3) Carga que ve el cristal a las posibles f_o

Vamos a analizar la impedancia del cristal en el rango de las frecuencias de oscilación, que estarán comprendidas entre las frecuencias de resonancia serie, f_s, y paralelo, f_p.

$$f_s = 5'999 \text{ MHz}$$

$$f_p = 6'003 \text{ MHz}$$

Para calcular el valor de la impedancia del cristal, Z_{X_1}, a la frecuencia de oscilación, tomamos para esta última un valor aproximado de 6 MHz.
A 6 MHz, las impedancias toman los siguientes valores:

$$R_s = 40\ \Omega$$

$$X_{L_s} = 2\pi\ 6\ 10^6 \cdot 100'55\ 10^{-3}\ \Omega = 3'791\ \text{M}\Omega$$

$$X_{C_s} = \frac{1}{2\pi\ 0'007\ 10^{-12} \cdot 6 \cdot 10^6}\ \Omega = 3'789\ \text{M}\Omega$$

$$Z_s = R_s + j\left(X_{L_s} - X_{C_s}\right) = 40\ \Omega + j\ 1242\ \Omega$$

Por tanto @ 6 MHz R_s es despreciable y Z_{X_1} resulta imaginaria pura

Por otro lado:

$$X_{C_p} = \frac{1}{2\pi \cdot 6\,10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-12}} = 5305\,\Omega$$

y la impedancia total del X_{TAL} será: (Despreciando R_s)

$$Z_{X_1} = Z_s \parallel Z_p = \frac{j\left(X_{L_s} - X_{C_s}\right) \cdot \left(-j X_{C_p}\right)}{j\left(X_{L_s} - X_{C_s} - X_{C_p}\right)} = j\,1622\,\Omega$$

Por otro lado la impedancia de entrada del amplificador, Z_{iA}, se calculará teniendo en cuenta que la resistencia de emisor se refleja en la base multiplicada por $\beta_0 + 1$:

$$Z_{iA} = R_1 \parallel r_\pi + R_3 \cdot (\beta_0 + 1)$$

$$Z_{iA} = 680\,K\Omega \parallel 4'2\,K\Omega + 180\,\Omega\,(125+1)$$

$$Z_{iA} = 680\,K\Omega \parallel 27\,K\Omega \simeq 27\,K\Omega$$

Finalmente para justificar que el X_{TAL} no está cargado con la impedancia de entrada del amplificador, basta comparar Z_{X_1} con Z_{iA}

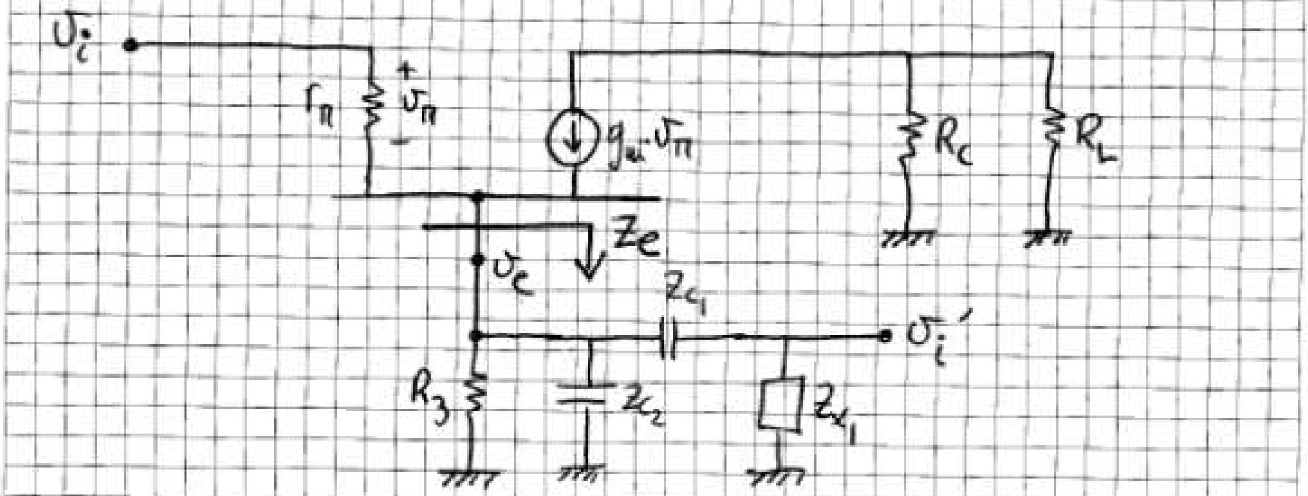
$$Z_{iA} \gg Z_{X_1} \Rightarrow Z_{X_1} \parallel Z_{iA} \simeq Z_{X_1}$$

$$27\,K \gg j\,1622\,\Omega$$

X_{TAL} OPERA EN VACIO

Fecha ______________ Curso ______________ Grupo ______________

4) ANÁLISIS DE LA GANANCIA DE LAZO



$$\frac{v_i'}{v_i} = \frac{v_i'}{v_e} \cdot \frac{v_e}{v_i'}$$

$$\boxed{\frac{v_i'}{v_e}} \qquad v_i' = v_e \cdot \frac{Z_{x_1}}{Z_{c_1} + Z_{x_1}} \; ; \quad \boxed{\frac{v_i'}{v_e} = \frac{Z_{x_1}}{Z_{c_1} + Z_{x_1}}}$$

$$\boxed{\frac{v_e}{v_i}} \qquad \Big(\overset{i_b}{\frac{v_\pi}{r_\pi}} + \overset{i_c}{\overbrace{g_m \cdot v_\pi}}\Big) \cdot Z_e = v_e \; ; \quad v_\pi \left(\frac{1}{r_\pi} + g_m\right) \cdot Z_e = v_e$$

$$v_\pi \cdot g_m \Big(\underbrace{\frac{1}{g_m \cdot r_\pi}}_{\beta_0} + 1\Big) \cdot Z_e = v_e$$; ya que $\beta_0 \gg 1$ se cumple:

$$v_\pi \cdot g_m \cdot Z_e = v_e \; ; \quad v_\pi = v_i - v_e \Rightarrow (v_i - v_e)\, g_m\, Z_e = v_e$$

$$\frac{v_e}{v_i} = \frac{1}{1 + \frac{1}{Z_e \cdot g_m}}$$ o bien $$\boxed{\frac{v_e}{v_i} = \frac{g_m}{g_m + \frac{1}{Z_e}}}$$

$$Z_e = R_3 \,\|\, Z_{c_2} \,\|\, Z_{c_1} + Z_{x_1} = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{Z_{c_2}} + \frac{1}{Z_{c_1} + Z_{x_1}}}$$

$$\frac{1}{Z_e} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{Z_{c_2}} + \frac{1}{Z_{c_1} + Z_{x_1}}$$

$$\frac{v_e}{v_i} = \frac{g_m}{g_m + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{Z_{c_2}} + \frac{1}{Z_{c_1} + Z_{x_1}}}$$

$$\frac{v_i'}{v_i} = \frac{Z_{x_1}}{Z_{c_1} + Z_{x_1}} \cdot \frac{g_m}{g_m + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{Z_{c_2}} + \frac{1}{Z_{c_1} + Z_{x_1}}} =$$

$$= \frac{Z_{x_1}}{Z_{c_1} + Z_{x_1}} \cdot \frac{g_m \cdot}{\frac{g_m \, R_3 \cdot Z_{c_2} \cdot (Z_{c_1} + Z_{x_1}) + Z_{c_2} (Z_{x_1} + Z_{c_1}) + R_3 Z_{c_2} + R_3 (Z_{c_1} + Z_{x_1})}{R_3 \cdot Z_{c_2} \cdot (Z_{c_1} + Z_{x_1})}}$$

$$= \frac{Z_{x_1}}{\cancel{Z_{c_1} + Z_{x_1}}} \cdot \frac{g_m \cdot R_3 \cdot Z_{c_2} \cdot \cancel{(Z_{c_1} + Z_{x_1})}}{g_m \cdot R_3 \cdot Z_{c_2} \cdot (Z_{c_1} + Z_{x_1}) + Z_{c_2} (Z_{x_1} + Z_{c_1}) + R_3 \cdot (Z_{c_2} + Z_{c_1} + Z_{x_1})}$$

$$= g_m \cdot R_3 \cdot \frac{Z_{x_1} \cdot Z_{c_2}}{(1 + g_m \cdot R_3) \cdot Z_{c_2} (Z_{c_1} + Z_{x_1}) + R_3 (Z_{c_2} + Z_{c_1} + Z_{x_1})}$$

5) CÁLCULO DE f_0

Tal como se ha justificado en el apartado 3, a las frecuencias supuestamente posibles para que el circuito oscile $f_S < f_0 < f_P$, el comportamiento del cristal es imaginario puro, es decir su R_S es despreciable frente a la impedancia de los otros dos elementos en serie L_S y C_S.

$$Z_S = R_S + j\left(X_{L_S} - X_{C_S}\right) = \underbrace{\cancel{40\,\Omega}}_{\text{despreciable}} + j\left(1242\,\Omega\right)$$

Como hipótesis vamos a asumir un comportamiento imaginario puro para el cristal y después se verificará, para que rango de frecuencias se puede producir la oscilación.

Asumimos $Z_{X_1} = j X_{X_1}$ sólo parte imaginaria

Por otro lado sabemos:

$$Z_{C_2} = -j X_{C_2} \quad ; \quad Z_{C_3} = -j X_{C_3} \quad ; \quad Z_{C_1} = -j X_{C_1}$$

$$A\beta(jf) = g_m \cdot R_3 \cdot \frac{j X_{X_1} \cdot \left(-j X_{C_2}\right)}{\left(1+g_m \cdot R_3\right)\cdot\left(-j X_{C_2}\right)\cdot\left(j X_{X_1} - j X_{C_1}\right) + R_3\left(-j X_{C_2} - j X_{C_1} + j X_{X_1}\right)}$$

$$A\cdot\beta(jf) = g_m \cdot R_3 \cdot \frac{X_{x_1}\cdot X_{c_2}}{+(1+g_m\cdot R_3)\cdot X_{c_2}(X_{x_1}-X_{c_1})+R_3\cdot j\left[-X_{c_2}-X_{c_1}+X_{x_1}\right]}$$

Condición de fase

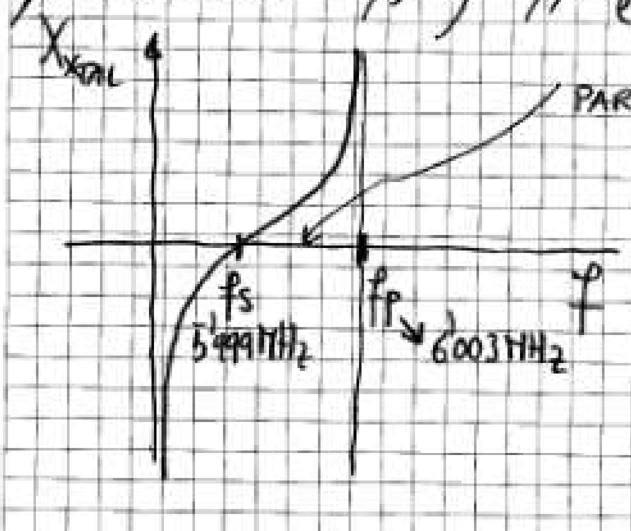
$$\angle A\cdot\beta(jf_o) = 0^\circ \Rightarrow \mathrm{Im}\left[A\cdot\beta(jf_o)\right] = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{-X_{c_2}-X_{c_1}}_{\substack{\text{CARÁCTER}\\ \text{CAPACITIVO}\\ X<0}} + \underbrace{X_{x_1}}_{} = 0$$

→ Para que $\sum X = 0$ $X_{x_1} > 0$

ES DECIR X_{TAL} HA DE PRESENTAR CARÁCTER INDUCTIVO

El cristal sólo tiene carácter inductivo entre las frecuencias f_s y f_p (Ver Figura 3 enunciado).



PARA $f_s < f < f_p$ $X_{XTAL} > 0$

Es decir que el X_{TAL} oscilará en este circuito sólo entre f_s y f_p.

Por tanto $f_o \simeq 6\ MHz$

6) CÁLCULO DE C_1

Una vez impuesta la condición de fase:

$$-X_{c_1}(f_0) - X_{c_2}(f_0) + X_{x_1}(f_0) = 0 \qquad (1)$$

la condición de arranque $|A\cdot\beta(jf_0)| > 1$ resulta:

$$|A\cdot\beta(jf_0)| = \frac{g_m\cdot R_3}{1+g_m\cdot R_3}\cdot\frac{X_{x_1}\cdot \cancel{X_{c_2}}}{\cancel{X_{c_2}}(X_{x_1}-X_{c_1})}$$

además de (1) sabemos: $X_{x_1} = X_{c_1} + X_{c_2}$

$$|A\cdot\beta(jf_0)| = \frac{g_m\cdot R_3}{1+g_m\cdot R_3}\cdot\frac{X_{c_1}+X_{c_2}}{\cancel{X_{c_1}}+X_{c_2}-\cancel{X_{c_1}}}$$

$$|A\cdot\beta(jf_0)| = \frac{g_m\cdot R_3}{1+g_m\cdot R_3}\cdot\left(1+\frac{X_{c_1}}{X_{c_2}}\right)$$

y finalmente:

$$|A\cdot\beta(jf_0)| = \frac{g_m\cdot R_3}{1+g_m\cdot R_3}\left(1+\frac{C_2}{C_1}\right) > 1$$

$$\boxed{g_m\cdot R_3 > \frac{C_1}{C_2}}$$

Papel ecológico.

Por tanto, para que el oscilador arranque

$$C_1 < C_2 \, g_m \cdot R_3$$

$$C_1 < 33\,pF \cdot 0'03 \cdot 180$$

$$\underline{C_1 < 178\,pF}$$

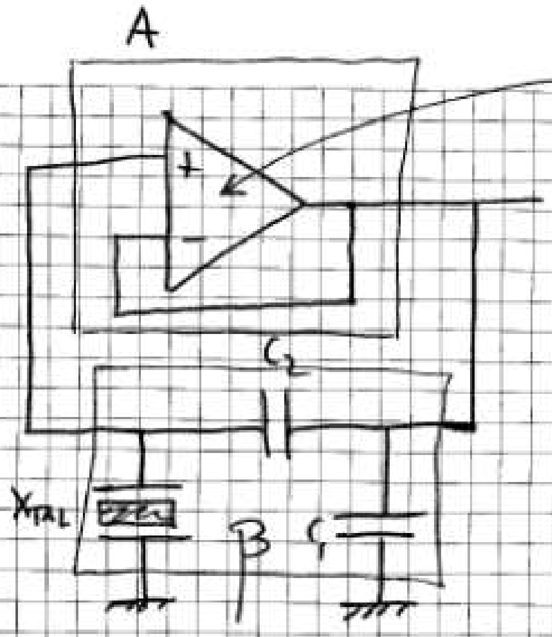
7) USO DE UN OPERACIONAL $A(j\omega)$ $\left\{ \begin{array}{l} A_0 = 100\,dB \\ f_{PD} = 15\,Hz \end{array} \right.$

Analizando la ganancia del lazo a f_0 se tiene:

$$A \cdot \beta(jf_0) = \underbrace{\frac{g_m \cdot R_3}{1 + g_m \cdot R_3}}_{\text{Amplificador No inversor}} \cdot \underbrace{\left(1 + \frac{X_{C_1}}{X_{C_2}}\right)}_{\text{Fase } 0^\circ \text{ a } f_0}$$

Podría sustituirse por el siguiente circuito:

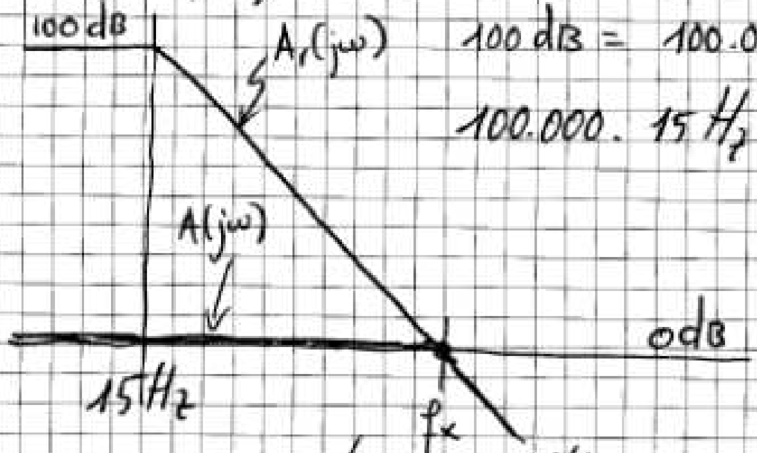
Fecha ____ Curso ____ Grupo ____



$A_r(j\omega)$ ojo $A_r(j\omega) \neq A(j\omega)$

$$A \cdot \beta(jf_0) = 1 \cdot \left(1 + \frac{X_{C_1}}{X_{C_2}}\right) > 1$$ para que el oscilador arranque.

Esta condición se cumplirá si a la frecuencia de oscilación la ganancia en bucle cerrado del amplificador A puede ser 1.



100 dB = 100.000

100.000 · 15 Hz = 1 · f_x ⇒ f_x = 1'5 MHz

La máxima frecuencia a la que opera sin atenuar y de forma estable el A.Op es 1'5 MHz

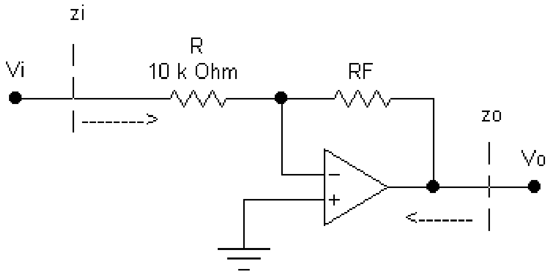
pero se necesitan 6 MHz

En general a las frecuencias de los cristales, los A.Op no tienen suficiente ΔB.

Papel ecológico

EJERCICIO 6

El amplificador operacional del circuito de la figura puede considerarse ideal.



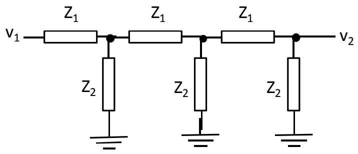
Se pide:

1. Deduzca la impedancia de entrada (zi), la ganancia en tensión (Vo/Vi) y la impedancia de salida (zo) del amplificador.

Se utiliza este amplificador para construir un oscilador por desplazamiento de fase paso alto:

2. Represente el esquemático del oscilador, el amplificador como un bloque funcional y la red de realimentación dependiente de la frecuencia con los componentes necesarios, utilizando resistencias de 10 kΩ.
3. Deducir las condiciones de oscilación y de arranque/mantenimiento del oscilador.
4. Valores de todos los componentes necesarios para que el circuito oscile a una frecuencia de 1kHz.

<u>Nota:</u> Se adjunta la función de transferencia de una red en escalera, por si le resulta de utilidad en los cálculos del problema:



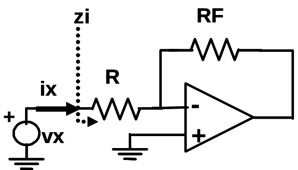
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^3 + 5\cdot\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 + 6\cdot\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) + 1}$$

<u>SOLUCIÓN:</u>

1. **Deduzca la impedancia de entrada (zi), la ganancia en tensión (Vo/Vi) y la impedancia de salida (zo) del amplificador.**

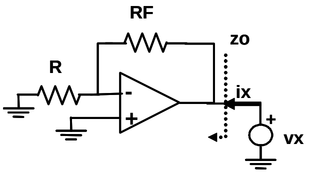
Como el amplificador operacional es ideal las corrientes por sus terminales de entrada serán nulas y, al haber realimentación negativa, puede aplicarse el principio de cortocircuito virtual. Con todo ello nos queda.

- Impedancia de entrada, zi:



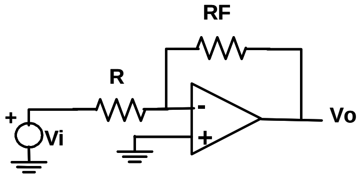
$$zi = \frac{vx}{ix} = R$$

- Impedancia de salida, zo



$$zo = \frac{vx}{ix} = \frac{0}{ix} = 0$$

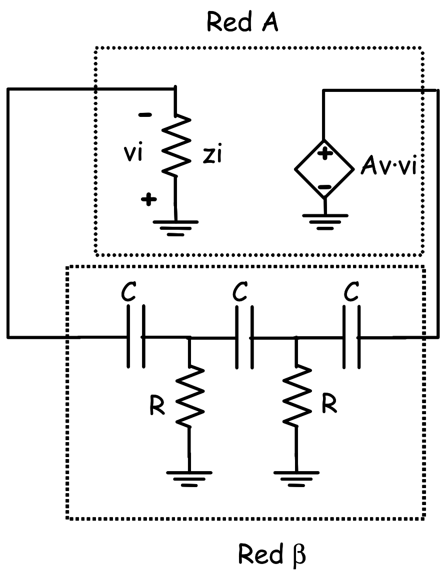
- Ganancia de tensión (Vo/Vi)



$$i_R = i_{RF} \Rightarrow \frac{Vi}{R} = -\frac{Vo}{RF} \Rightarrow Av = \frac{Vo}{Vi} = -\frac{RF}{R}$$

Se utiliza este amplificador para construir un oscilador por desplazamiento de fase:

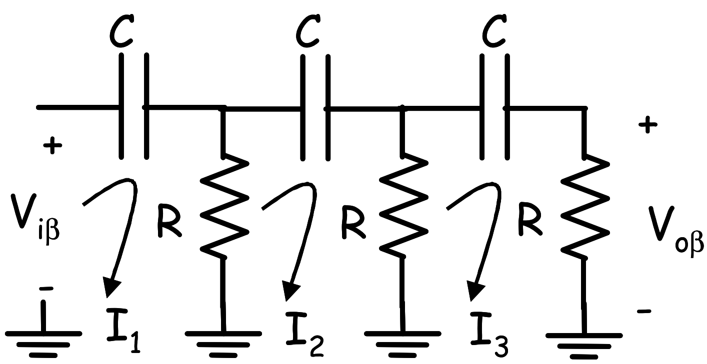
2. **Represente el esquemático del oscilador, el amplificador como un bloque funcional y la red de realimentación dependiente de la frecuencia con los componentes necesarios, utilizando resistencias de 10 kΩ.**



Con zi = R = 10kΩ.

3. **Deducir las condiciones de oscilación y de arranque/mantenimiento del oscilador.**

Analizando la red β (con el efecto de carga de la red A (zi=R)) se tiene:



$$\left.\begin{array}{l} V_{i\beta} = (Z_C + Z_R)\cdot I_1 - ZR\cdot I_2 \\ Z_R\cdot(I_1 - I_2) = Z_C\cdot I_2 + Z_R\cdot(I_2 - I_3) \\ Z_R\cdot(I_2 - I_3) = Z_C\cdot I_3 + Z_R\cdot I_3 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \begin{array}{l} V_{i\beta} = (Z_C + Z_R)\cdot I_1 - ZR\cdot I_2 \\ 0 = -Z_R\cdot I_1 + (2Z_R + Z_C)\cdot I_2 - Z_R\cdot I_3 \\ 0 = -Z_R\cdot I_2 + (2Z_R + Z_C)\cdot I_3 \end{array}$$

Resolviendo por Cramer, nos queda:

$$I_3 = \frac{Z_R{}^2 \cdot V_{i\beta}}{(Z_C + Z_R)\cdot(2Z_R + Z_C)^2 - (Z_C + Z_R)\cdot Z_R{}^2 - (2Z_R + Z_C)\cdot Z_R{}^2}$$

Por lo tanto,

$$V_{o\beta} = Z_R \cdot I_3 \Rightarrow \frac{V_{o\beta}}{V_{i\beta}} = \frac{Z_R{}^3}{(Z_C + Z_R)\cdot(2Z_R + Z_C)^2 - (Z_C + Z_R)\cdot Z_R{}^2 - (2Z_R + Z_C)\cdot Z_R{}^2}$$

Sustituyendo $Z_R = R$ y $Z_C = 1/j\omega C$ y operando nos queda

$$\frac{V_{o\beta}}{V_{i\beta}}(j\omega) = \frac{-j\omega^3 R^3 C^3}{-j\omega^3 R^3 C^3 - 6\omega^2 R^2 C^2 + 5j\omega RC + 1}$$

Para obtener la frecuencia de oscilación, aplicamos el criterio de Barkausen:

$$A\cdot\beta(j\omega_o) = 1 \Big\} \Rightarrow \begin{array}{l} |A\cdot\beta(j\omega_o)| = 1 \\ \angle A\cdot\beta(j\omega_o) = 0^{\circ} + 2k\pi \Leftrightarrow \mathrm{Im}(\beta(j\omega_o)) = 0 \end{array}$$

En este caso $\mathrm{Im}(\beta(j\omega_o)) = 0 \Rightarrow 1 - 6\omega_o{}^2 R^2 C^2 = 0 \Rightarrow \omega_o = \frac{1}{\sqrt{6}RC}$

Para obtener las condiciones de arranque y mantenimiento, calculamos

$$|A\cdot\beta(j\omega_o)| = \frac{\frac{1}{6}\cdot\frac{RF}{R}}{5 - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{RF}{R}}{29}$$

Condición de arranque: $|A\cdot\beta(j\omega_o)| > 1 \Rightarrow RF > 29R$

Condición de mantenimiento: $|A\cdot\beta(j\omega_o)| = 1 \Rightarrow RF = 29R$

4. **Valores de todos los componentes necesarios para que el circuito oscile a una frecuencia de 1 kHz.**

Para obtener la frecuencia de oscilación pedida:

$$\left.\begin{array}{l} \omega_o = \frac{1}{\sqrt{6}RC} = 10^3 \cdot 2\pi \\ R = 10k\Omega \end{array}\right\} \Rightarrow C = \frac{1}{\sqrt{6}\cdot 10^4 \cdot 2\pi 10^3} \cong 6.5nF$$

Para que el oscilador arranque:

$$\left.\begin{array}{l} |A\cdot\beta(j\omega_o)| > 1 \Rightarrow RF > 29R \\ R = 10k\Omega \end{array}\right\} \Rightarrow RF > 290k\Omega$$. Por ejemplo RF=300kΩ

EJERCICIO 7

Se pretende determinar si el circuito de la Figura 1 oscila y en qué condiciones.

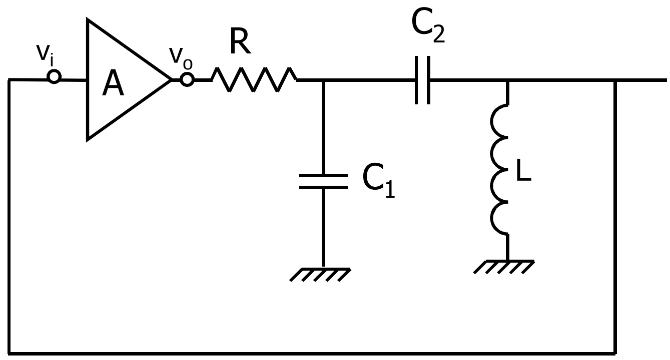
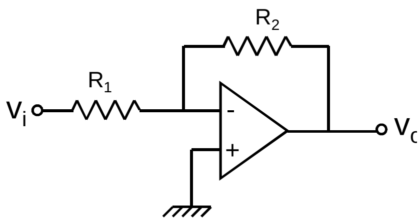
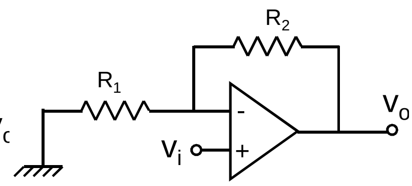


Figura 1

Para ello, se pide:

1. Calcular la expresión de la ganancia de lazo A.β(jω).
2. Determinar la frecuencia de oscilación en función de los valores de los componentes del circuito.
3. Calcular la condición de arranque y mantenimiento de la oscilación en función de los componentes del circuito.
4. Considerando $C_1 = C_2 = 1$ nF, y que $f_o = 1$ MHz, ¿cuál sería el valor mínimo de la impedancia de entrada del amplificador, para que los cálculos anteriores resultasen correctos?
5. Justificar razonadamente cuál de los tres siguientes circuitos (Figura 2, 3 o 4) puede ser utilizado como amplificador, conectándose sus terminales v_i y v_o a las correspondientes etiquetas del circuito de la Figura 1.





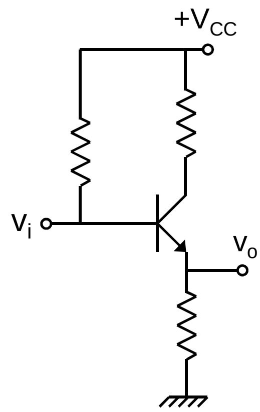
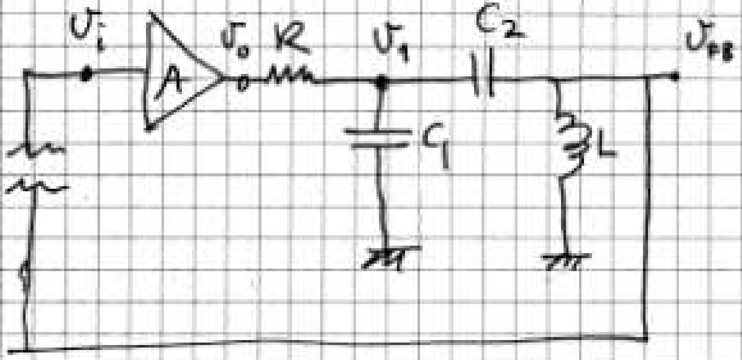


Figura 2 **Figura 3** **Figura 4**

1) Ganancia de lazo $A \cdot \beta(j\omega)$

Abrimos el lazo por la entrada del amplificador:



$L \rightarrow Z_L = jX_L = jL\omega$

$C_2 \rightarrow Z_2 = jX_2 = j\frac{-1}{C_2\omega}$

$C_1 \rightarrow Z_1 = jX_1 = j\frac{-1}{C_1\omega}$

$$A \cdot \beta(j\omega) = \frac{v_{FB}}{v_i}(j\omega) = \frac{v_{FB}}{v_1} \cdot \frac{v_1}{v_0} \cdot \frac{v_0}{v_i}$$

$$\frac{v_{FB}}{v_1} = \frac{Z_L}{Z_2 + Z_L} \quad ; \quad \frac{v_1}{v_0} = \frac{Z}{R + Z} \quad ; \quad Z = Z_1 \| (Z_2 + Z_L)$$

$$Z = \frac{Z_1(Z_2 + Z_L)}{Z_1 + Z_2 + Z_L} \quad ; \quad \frac{v_1}{v_0} = \frac{\frac{Z_1(Z_2+Z_L)}{Z_1+Z_2+Z_L}}{R + \frac{Z_1(Z_2+Z_L)}{Z_1+Z_2+Z_L}} =$$

$$= \frac{Z_1(Z_2+Z_L)}{R(Z_1+Z_2+Z_L) + Z_1(Z_2+Z_L)}$$

$$\frac{v_0}{v_i} = A$$

Por tanto:

$$A\cdot\beta(j\omega) = A\cdot\frac{Z_L}{\cancel{(Z_2+Z_L)}}\cdot\frac{Z_1\,\cancel{(Z_2+Z_L)}}{R\,(Z_1+Z_2+Z_L)+Z_1\,(Z_2+Z_L)} =$$

$$= A\cdot\frac{Z_L\cdot Z_1}{R\,(Z_1+Z_2+Z_L)+Z_1\,(Z_2+Z_L)}$$

2) Frecuencia de oscilación.

Aplicando la condición de fase:

$$\angle A\cdot\beta(j\omega_0) = 0^\circ \Rightarrow \mathrm{Im}\left[A\cdot\beta(j\omega_0)\right] = 0$$

$$A\cdot\beta(j\omega_0) = A\cdot\frac{jX_L\cdot jX_1}{R\,(jX_1+jX_2+jX_L)+jX_1\,(jX_2+jX_L)} =$$

$$= A\cdot\frac{(-1)\cdot X_L\cdot X_1}{\underbrace{R\cdot j\,(X_1+X_2+X_L)}_{\text{PARTE IMAGINARIA}}+\underbrace{(-1)}_{[j]^2}\cdot X_1\,(X_2+X_L)}$$

$$\mathrm{Im}\left[A\cdot\beta(j\omega_0)\right] = 0 \Rightarrow X_1+X_2+X_L=0 \Rightarrow -\frac{1}{C_1\omega_0}-\frac{1}{C_2\omega_0}+\omega_0 L=0$$

$$\Rightarrow \omega_0\cdot L = \frac{1}{C_1\omega_0}+\frac{1}{C_2\omega_0} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{L}\cdot\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L} \cdot \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2} \right) = \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{C_{eq}} \quad ; \quad C_{eq} = C_1 \| C_2$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L \cdot C_{eq}}}$$

3) Condición de arranque y mantenimiento

$$\left| A \cdot \beta(j\omega_0) \right| \geq 1$$

ARRANQUE > 1
MANTENIMIENTO $= 1$

$$A \cdot \beta(j\omega_0) = A \cdot \frac{X_L \cdot \cancel{X_1}}{\cancel{X_1} \, (X_2 + X_L)} = A \cdot \frac{-X_1 - X_2}{-X_1}$$

$$\left| A \cdot \beta(j\omega_0) \right| = A \cdot \left(\frac{X_1 + X_2}{X_1} \right) = A \cdot \left(1 + \frac{X_2}{X_1} \right) = 1$$

Para que el oscilador arranque:

$$A \cdot \left(1 + \frac{X_2}{X_1} \right) > 1$$

Para que la oscilación se mantenga:

$$A \cdot \left(1 + \frac{\frac{1}{C_2 \omega_0}}{\frac{1}{C_1 \omega_0}} \right) = A \cdot \underbrace{\left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right)}_{\substack{\vee \\ 1}} = 1$$

Papel ecológico

4) $C_1 = C_2 = 1nF$; $f_0 = 1MHz$ $\Big\}$ $C_{eq} = C_1 \| C_2 = 0'5\,nF$

Del apartado 2:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{C_{eq}} \; ; \quad C_{eq} = 0'5\,nF \; ; \quad \omega_0^2 = \left[2\pi \cdot 10^6\right]^2$$

$$L = \frac{1}{(2\pi)^2 \cdot 10^{12}} \cdot \frac{10^9}{0'5} = 50\,\mu H$$

Para que los cálculos anteriores sean correctos, la impedancia de entrada del amplificador ha de ser mucho mayor que la $|X_L(\omega_0)|$

$$L \cdot \omega_0 = 50 \cdot 10^{-6} \cdot 2\pi \cdot 10^6 = 314\,\Omega$$

Por tanto $R_i \gg 314\,\Omega$

5) Para que la oscilación se mantenga, se debe cumplir:

$A \cdot \left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right) = 1$ es decir que A tiene que ser positiva y menor que 1. Sólo el amplificador de la FIGURA 4 lo consigue.

Papel ecológico